

SEQUENCE 05 – Nombres rationnels (2)

1) Addition et soustraction de nombres rationnels

Propriété :

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant le même dénominateur, il suffit de conserver le dénominateur commun, et d'additionner (ou soustraire) les numérateurs entre eux.

Exemples :

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{4} = \frac{3 + 21}{4} = \frac{24}{4} = 6$
- $\frac{4}{3} + \frac{13}{3} = \frac{4 + 13}{3} = \frac{17}{3}$
- $\frac{25}{14} - \frac{4}{14} = \frac{25 - 4}{14} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$

Propriété :

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant des dénominateurs différents, on commence par les réduire au même dénominateur avant d'appliquer la propriété précédente.

Exemples :

- $\frac{21}{8} + \frac{3}{4} = \frac{21}{8} + \frac{6}{8} = \frac{21 + 6}{8} = \frac{27}{8}$
- $3 - \frac{7}{12} = \frac{3}{1} - \frac{7}{12} = \frac{36}{12} - \frac{7}{12} = \frac{36 - 7}{12} = \frac{29}{12}$
- $\frac{3}{6} + \frac{5}{8} = \frac{3 \times 4}{6 \times 4} + \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{12}{24} + \frac{15}{24} = \frac{12 + 15}{24} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$

2) Multiplication de nombres rationnels

Propriété :

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, puis on multiplie les dénominateurs entre eux.

Exemples :

- $5 \times \frac{-4}{9} = \frac{5}{1} \times \frac{-4}{9} = \frac{5 \times (-4)}{1 \times 9} = \frac{-20}{9}$
- $\frac{7}{5} \times \frac{-4}{3} = \frac{7 \times (-4)}{5 \times 3} = \frac{-28}{15}$

Remarque :

Il est parfois préférable de simplifier avant d'effectuer les produits :

$$\frac{24}{-35} \times \frac{14}{16} = \frac{24 \times 14}{(-35) \times 16} = \frac{8 \times 3 \times 7 \times 2}{(-5) \times 7 \times 8 \times 2} = \frac{3}{-5}$$

3) Inverse d'un nombre rationnel non nul

Définition :

Deux nombres (non nuls) sont dits **inverses** l'un de l'autre lorsque leur produit est égal à 1.

- Si a est un nombre relatif non nul, son inverse est $\frac{1}{a}$;
- Si a et b sont deux nombres relatifs non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
- Exemples :
 - 2,5 et 0,4 sont deux nombres inverses l'un de l'autre, car $2,5 \times 0,4 = 1$;
 - L'inverse de -8 est $\frac{1}{-8} = -0,125$ (ne pas confondre avec l'opposé de -8 qui est 8) ;
 - L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2} = 1,5$;
 - L'inverse de $0,6 = \frac{3}{5}$ est $\frac{5}{3}$.

4) Divisions

Propriété :

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Si a et b sont des nombres relatifs (b non nul) alors

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Exemples :

- L'inverse de 0,2 est 5 ; ainsi, on a, par exemple, $\frac{23}{0,2} = 23 \times \frac{1}{0,2} = 23 \times 5 = 115$;
- L'inverse de 0,25 est 4 ; ainsi, on a, par exemple, $\frac{3}{0,25} = 3 \times \frac{1}{0,25} = 3 \times 4 = 12$.

Propriété :

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction.

Si a , b , c et d sont des nombres relatifs (b , c et d non nuls), alors on a :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{ad}{bc}$$

Exemples :

- $5 \div \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$
- $\frac{-2}{3} \div 5 = \frac{-2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{-2}{15}$
- $\frac{3}{7} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{28}$

5) Calculer avec des fractions

Propriété :

Dans un calcul contenant des fractions, on applique les priorités opératoires habituelles. Il faut donc respecter l'ordre suivant pour effectuer:

- les calculs entre parenthèses (en commençant par les plus à l'intérieur) ;
- les puissances et les racines carrées ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et les soustractions.

Exemples :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{5}{11} - \frac{3}{4} \div \frac{11}{10} &= \frac{5}{11} - \frac{3}{4} \times \frac{10}{11} = \frac{5}{11} - \frac{30}{44} = \frac{5}{11} - \frac{15}{22} = \frac{10}{22} - \frac{15}{22} = \frac{-5}{22} \\ \bullet \quad \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{3}\right) \times \frac{2}{7} &= \left(\frac{15}{6} + \frac{8}{6}\right) \times \frac{2}{7} = \frac{23}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{23 \times 2}{2 \times 3 \times 7} = \frac{23}{21} \end{aligned}$$