

1

Reconnaitre une situation de proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

1 Noémie veut préparer de la pâte à crêpes ; elle trouve plusieurs recettes qui donnent les indications suivantes.

Nombre de crêpes	10	15	20
Quantité de lait (en cL)	40	60	80

La quantité de lait est-elle proportionnelle au nombre de crêpes ?

$$10 \times 4 = 40 ; 15 \times 4 = 60 ; 20 \times 4 = 80$$

Donc la quantité de lait est proportionnelle au nombre de crêpes.

2 Un primeur affiche les prix suivants pour ses pommes de terre.

Masse (en kg)	1	2	3	5
Prix (en €)	2,10	4,20	6,30	10,20

Le prix à payer est-il proportionnel à la masse de pommes de terre achetées ?

$$1 \times 2,1 = 2,1 ; 2 \times 2,1 = 4,2 ;$$

$$3 \times 2,1 = 6,3 ; 5 \times 2,1 = 10,5 \text{ et } 10,5 \neq 10,2$$

donc la masse et le prix ne sont pas proportionnels.

3 À 3 ans, la fille de Gaëlle pesait 12 kg. À 5 ans, elle pèse 18 kg. Sa masse est-elle proportionnelle à son âge ?

Âge (en années)	3	5
Masse (en kg)	12	18

$3 \times 4 = 12$ mais $5 \times 4 \neq 18$ donc sa masse n'est pas proportionnelle à son âge.

4 Une voiture a parcouru 30 km en 20 minutes, 45 km en 30 minutes et 90 km en une heure. La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps de parcours ?

Temps (en min)	20	30	60
Distance (en km)	30	45	90

× 1,5

On passe du temps de parcours en minutes à la distance parcourue en kilomètres en multipliant par 1,5, donc ces deux grandeurs sont proportionnelles.

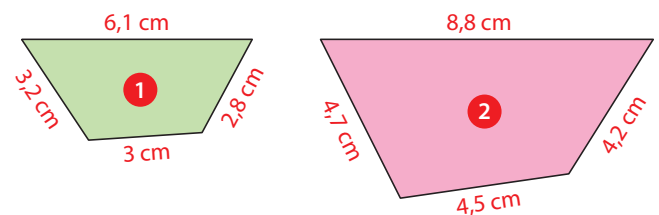
5 Chez le papetier, on peut lire l'affiche ci-dessous. Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de ramettes achetées ?

$$1 \times 4,5 = 4,5 ; 2 \times 4,5 = 9 ; 5 \times 4,5 \neq 20$$

Donc le prix à payer n'est pas proportionnel au nombre de ramettes achetées.

Ramettes de papier
1 = 4,50 €
2 = 9,00 €
5 = 20,00 €

6 **MODE EXPERT** La figure 2 est-elle un agrandissement de la figure 1 ?



Longueurs des côtés de la figure 1 (en cm) : 3 • 2,8 • 6,1 • 3,2. Longueurs des côtés de la figure 2 (en cm) : 4,5 • 4,2 • 8,8 • 4,7.

$$3 \times 1,5 = 4,5 ; 2,8 \times 1,5 = 4,2$$

$$6,1 \times 1,5 = 9,15 \text{ et } 9,15 \neq 8,8$$

Les longueurs des côtés ne sont donc pas proportionnelles. La figure 2 n'est donc pas un agrandissement de la figure 1.

2

Calculer une quatrième proportionnelle

► Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser plusieurs méthodes.

• **Exemple 1** Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut ajouter les nombres de deux autres colonnes ; on peut aussi multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

4	+	12	16
5,1	+	15,3	20,4

Diagramme illustrant les opérations : $\times 3$ de 4 à 12 et de 5,1 à 15,3 ; $\times 3$ de 12 à 16 et de 15,3 à 20,4 ; $\times 3$ de 4 à 16 et de 5,1 à 20,4.

7 En randonnée, Coline marche toujours à la même vitesse. En 3 h, elle parcourt 12,6 km. Quelle distance parcourt-elle en 6 h ?

Temps de marche (en h)	3	6
Distance parcourue (en km)	12,6	25,2

Diagramme illustrant les opérations : $\times 2$ de 3 à 6 et de 12,6 à 25,2.

En 6 h, elle parcourt 25,2 km.

8 Tim pèse ses billes de verre, toutes identiques.

Nombre de billes	15	9	24	8
Masse (en g)	36	21,6	57,6	19,2

Diagramme illustrant les opérations : $\div 3$ de 15 à 5 et de 36 à 12 ; $\times 3$ de 5 à 24 et de 12 à 57,6 ; $\div 3$ de 9 à 3 et de 21,6 à 7,2 ; $\times 3$ de 3 à 24 et de 7,2 à 57,6 ; $\div 3$ de 24 à 8 et de 57,6 à 19,2.

Calculer la masse de 24 billes et de 8 billes.

24 billes pèsent 57,6 g et 8 billes pèsent 19,2 g.

• **Exemple 2** On peut passer par l'unité.

8	1	3
4,4	0,55	1,65

Diagramme illustrant les opérations : $\div 8$ de 8 à 1 et de 4,4 à 0,55 ; $\times 3$ de 1 à 3 et de 0,55 à 1,65 ; $\div 8$ de 8 à 1 et de 4,4 à 0,55 ; $\times 3$ de 1 à 3 et de 0,55 à 1,65.

9 Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Volume de peinture (en L)	5	1	7
Surface peinte (en m ²)	32	6,4	44,8

Diagramme illustrant les opérations : $\div 5$ de 5 à 1 et de 32 à 6,4 ; $\times 7$ de 1 à 7 et de 6,4 à 44,8 ; $\div 5$ de 5 à 1 et de 32 à 6,4 ; $\times 7$ de 1 à 7 et de 6,4 à 44,8.

10 Martin a acheté trois pizzas pour 25,50 €. Combien paiera-t-il s'il achète cinq pizzas ?

$25,50 \div 3 = 8,5$; une pizza coûte 8,5 €.

$8,5 \times 5 = 42,5$, donc 5 pizzas coûtent 42,5 €.

• **Exemple 3** On peut utiliser le coefficient de proportionnalité

10	7
6	4,2

Diagramme illustrant l'opération : $\times 0,6$ de 10 à 6 et de 7 à 4,2.

11 Sur autoroute, Caro roule à 120 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 2 h ? En 3,5 h ?

Temps (en h)	1	2	3,5
Distance parcourue (en km)	120	240	420

Diagramme illustrant l'opération : $\times 120$ de 1 à 2 et de 120 à 240 ; $\times 120$ de 1 à 3,5 et de 120 à 420.

En 2 h, elle parcourt 240 km ; en 3,5 h, elle parcourt 420 km.

12 Pour faire cinq trajets en voiture entre son domicile et son travail, Alexis consomme 38 L d'essence.

Combien consomme-t-il pour faire trois trajets ?

Nombre de trajets	5	3
Consommation d'essence (en L)	38	22,8

Diagramme illustrant l'opération : $\times 7,6$ de 5 à 3 et de 38 à 22,8.

Pour faire trois trajets, il consomme 22,8 L d'essence.

13 **MODE EXPERT** Dans quel pot la confiture est-elle la moins chère ?



Pot 1 : 125 g
1,20 €



Pot 2 : 250 g
2,30 €



Pot 3 : 335 g
3,10 €

On calcule le prix de 100 g de confiture

Pot 1 : $1,20 \text{ €} \div 5 = 0,24 \text{ €}$; $0,24 \text{ €} \times 4 = 0,96 \text{ €}$

Pot 2 : $2,30 \text{ €} \div 5 = 0,46 \text{ €}$; $0,46 \text{ €} \times 2 = 0,92 \text{ €}$

Pot 3 : $(3,10 \text{ €} \div 335) \times 100 \approx 0,925 \text{ €}$

C'est dans le pot 2 que la confiture est la moins chère (0,92 € les 100 g).

4

Appliquer un taux de pourcentage

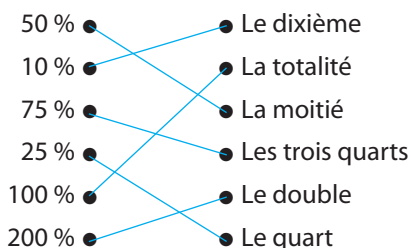
► Un **pourcentage** est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

• « 20 pour cent » se note 20 % et signifie $\frac{20}{100}$.

19 Dans un gâteau, il y a 9 % de sucre. Compléter.

- la proportion de sucre dans le gâteau est égale à $\frac{9}{100}$;
- 100 g de gâteau contiennent 9 g de sucre ;
- la masse de sucre et la masse de gâteau sont proportionnelles, donc 200 g de gâteau contiennent 18 g de sucre.

20 Relier les expressions qui signifient la même chose.



21 Lors des élections des délégués de classe, Thomas a été élu avec 72 % des voix. Sachant qu'il y a eu 25 votants, calculer le nombre d'élèves qui a voté pour Thomas.

Nombre de voix pour Thomas	72	18
	÷ 4	
Nombre de votants	100	25
		÷ 4

18 élèves ont voté pour Thomas.

► Pour **calculer t % d'une quantité**, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

22 L'eau représente en moyenne 60 % de la masse du corps humain.

Combien d'eau contient un enfant de 38 kg ?

$$38 \times \frac{60}{100} = 38 \times 0,6 = 22,8$$

Un enfant de 38 kg contient 22,8 kg d'eau.

23 Combien de grammes de matière grasse contient ce pot de fromage blanc ?

$$1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$$

$$1\,000 \times \frac{20}{100} = 1\,000 \times 0,2 = 200 ;$$

ce fromage blanc contient 200 g de matière grasse.



24 Au 1^{er} janvier 2015, la population de l'Union européenne (UE) était estimée à environ 508 millions d'habitants. La population de l'Allemagne représentait environ 16 % de la population de l'UE. Quelle était la population de l'Allemagne ?

$$508\,000\,000 \times \frac{16}{100} = 508\,000\,000 \times 0,16 = 81\,280\,000$$

Au 1^{er} janvier 2015, la population de l'Allemagne était d'environ 81 millions d'habitants.

25 Tim a une collection de 80 billes. 60 % sont bleues et les autres sont rouges.

1. Calculer le nombre de billes bleues.

$$80 \times \frac{60}{100} = 80 \times 0,6 = 48$$

Il a 48 billes bleues.

2. Calculer le nombre de billes rouges.

$$80 - 48 = 32 ; \text{ il a } 32 \text{ billes rouges.}$$

26 **MODE EXPERT** Un pull en laine est vendu 49 €. Au début de la période des soldes, il bénéficie d'une remise de 15 % puis à la fin des soldes, le vendeur applique une remise supplémentaire de 10 %.

Quel est son prix après ces deux remises successives ?

$$49 \times \frac{15}{100} = 49 \times 0,15 = 7,35$$

Le montant de la 1^{re} remise est de 7,35 €.

$$49 - 7,35 = 41,65$$

Son nouveau prix est 41,65 €.

$$41,65 \times \frac{10}{100} = 41,65 \times 0,10 = 4,165$$

Le montant de la 2^e remise est de 4,165 €.

$$41,65 - 4,165 = 37,485$$

Son nouveau prix est 37,485 €.